MathMatX

für Casio CFX 9850/9950 G,GB,G Plus und GB Plus

Programmbeschreibung

http://www.pageofmarco.de/mathmathx.php3

Inhalt

1. Einführung

1.1. Allgemeines

MathMatX ist ein äußerst nützliches Mathe – Universalprogramm für grafikfähige Casio Taschenrechner, das (außer Analysis) alle nur denkbaren Funktionen bietet, die man in Mathe so braucht (Schulklassen 11/12 Grund- und Leistungskurs sowie Mathestudium).

Die MathMatX Funktionen lassen sich in folgende 4 Bereiche unterteilen:

- Geometrische Funktionen (z.B. Lagebestimmungen, Vektoroperationen, Spiegelungen et.c.)
- Stochastische Funktionen (z.B. Binominal-/Normalverteilungen, Phi – Funktion, Bedingte Wahrscheinlichkeit usw.)
- primzahlbasierte Funktionen (z.B. Primfaktorenzerlegung, KGV/GGT)
- Polynomfunktionen (Polynomdivision)

Ich selbst habe dieses Programm erst kurz vor meiner Abiprüfung im LK Mathe im Mai 2003 geschrieben, der Grund dafür war, dass wir bis dahin in Mathe nur eine Sammlung vieler kleiner Programme hatten, die jeweils nur eine bzw. wenige Funktion boten. Das führte dazu, diese Sammlung insgesamt sehr viel mehr Speicher, der auf den Casio Rechnern ohnehin sehr knapp bemessen ist, benötigte, als das eigentlich notwendig gewesen wäre (da identische Teilfunktionen, die mehrere Programme gemeinsam nutzten, in jedem Programm neu implementiert waren).
Außerdem waren einige der Programme schlecht umgesetzt (Programmfehler oder z.B. immense Rechenzeiten von mehreren Minuten etwa bei der Bestimmung von X – Werten der Phi – Funktion; bei MathMatX beträgt diese gerade mal 8 bis 12 Sekunden), und manche Programmfunktionen (wie z.B. die Spiegelung von Punkten/Geraden/Ebenen an Punkten/Geraden/Ebenen, verschiedene Detailangaben bei geometrischen Lagebeziehungen wie Lotebenen, Projektionsgeraden auf Ebenen usw.) wurden gar nicht unterstützt.

MathMatX dagegen unterstützt alle diese Funktionen aus den verschiedensten Bereichen der Mathematik und ist dabei extrem speicherplatzsparend programmiert – es ist geradezu unglaublich, wie viele Programmfunktionen man in 20KB Code quetschen kann! Außerdem läuft das Programm sehr schnell und (soweit ich weiß) fehlerfrei – MathMatX (das wie ich behaupten möchte beste Programm seiner Art) sollte also auf keinem Casio 9850/9950 G,GB,G Plus und GB Plus fehlen.

Anmerkung: Die Benutzung von MathMatX erfolgt auf eigene Gefahr. Ich habe bei der Programmierung zwar größten Wert auf die Fehlerfreiheit des Programms gelegt (schließlich habe ich ja mein eigenes Abi damit geschrieben), aber, und obwohl das Programm ausgiebig getestet wurde, garantiere ich natürlich für nichts. Ich bin nicht für Fehler in Prüfungen verantwortlich, die durch MathMatX Programmfehler verursacht wurden, jedoch sind mir solche Programmfehler bislang nicht bekannt.

1.2. MathMatX Module

Übersicht über die 4 MathMatX – Module:

- MATHMATX (2442 Bytes)
- REACT (8988 Bytes)
- CLC (5918 Bytes)
- OPT (3114 Bytes

MATHMATX

MATHMATX ist das Hauptprogramm, dass aufgerufen werden muss, um MathMatX zu starten. Alle anderen Module (REACT, CLC und OPT) sind Laufzeitbibliotheken und dürfen niemals direkt durch den Anwender aufgerufen werden (das Ergebnis wäre in den meisten Fällen ein Programmabsturz)

REACT

Laufzeitmodul, das Anfragen vom Hauptprogramm (MATHMATX) bearbeitet und Berechnungen ausführt

CLC

Laufzeitmodul, das Anfragen von REACT bearbeitet und Berechnungen ausführt

OPT

Optionales Laufzeitmodul, das Anfragen von REACT bearbeitet und Berechnungen ausführt

1.3. Speicherbedarf

Wie aus "1.2. MathMatX Module" zu ersehen, belegt MathMatX insgesamt wahlweise 17348 oder 20462 Bytes Speicher, je nachdem, ob das optionale Laufzeitmodul OPT verwendet wird oder nicht.
Ist das nicht der Fall, stehen 3114 Bytes mehr Speicher zur Verfügung, jedoch sind dann die MathMatX Primzahl – und Polynomfunktionen nicht verfügbar.

1.4. Kompatible Taschenrechner

MathMatX wurde auf einem grafikfähigen Casio CFX 9850G Taschenrechner programmiert und getestet.

Grundsätzlich gilt: MathMatX ist mit grafikfähigen Casio Taschenrechnern der folgenden Typen kompatibel:

- Casio CFX 9850/9950 G,GB,G Plus und GB Plus uneingeschränkt
- Nachfolger der CFX 9850/9950 Reihe bzw. parallel existierende Reihen, insofern integriertes CASIO Basic kompatibel
- wahrscheinlich auch mit der Casio FX 7400 – Reihe (Vorgänger des 9850G), da integriertes Casio BASIC bereits unterstützt; diese Rechner haben jedoch weniger Speicher, es wird daher in jedem Fall empfohlen, das optionale Laufzeitmodul OPT hier *nicht* zu verwenden. *Anmerkung:* MathMatX wurde auf einen FX 7400 noch nie getestet!

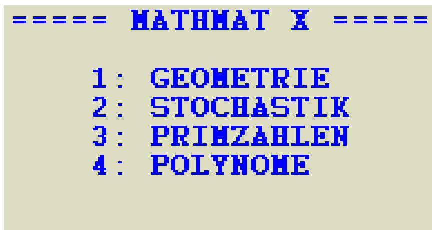
Des weiteren ist MathMatX grundsätzlich mit JEDEM Taschenrechner (auch wenn dieser kein Casio Modell ist) kompatibel, der folgende Voraussetzungen erfüllt:

- Der Basicinterpreter der Casio CFX 9850/9950 Reihe wird (aufwärtskompatibel) unterstützt
- Es steht genügend Speicher zur Verfügung (siehe "1.3. Speicherbedarf")

2. Programmbedienung

2.1. Allgemeine Hinweise zur Programmbedienung

Die Programmbedienung erfolgt menügesteuert, wobei der Benutzer durch Auswahl eines Menüeintrages (drücken der entsprechenden Zahltaste) jeweils eine Programmfunktion aufruft oder auf ein Untermenü verwiesen wird. Durch drücken der EXIT – Taste kann ein Untermenü verlassen und ins nächst höhere Menü zurückgekehrt werden; befindet sich der Anwender bereits im Hauptmenü, wird das Programm beendet.



Manchmal besteht ein Menü aus mehreren Seiten, rechts unter der Titelleiste des jeweiligen Menüs erscheint dann ein doppelter Pfeil >>. In diesem Fall können mit der Pfeiltaste nach rechts die verschiedenen Seiten geblättert werden.

2.2. Gliederung des MathMatX – Menüs

Das Menüführung ist wie folgt untergliedert:

```
├──── Geometrie                                         (1)
│     ├──── Lage Punkt – Gerade – Ebene                 (1-1)
│     │     ├──── Punkt – Ebene                         (1-1-1)
│     │     ├──── Punkt – Gerade                        (1-1-2)
│     │     ├──── Punkt – Punkt                         (1-1-3)
│     │     ├──── Gerade – Ebene                        (1-1-4)
│     │     ├──── Gerade – Gerade                       (1-1-5)
│     │     └──── Ebene – Ebene                         (1-1-6)
│     ├──── Vektoren                                    (1-2)
│     │     ├──── Betrag und Normalform                 (1-2-1)
│     │     ├──── Lage zweier Vektoren                  (1-2-2)
│     │     └──── Lage dreier Vektoren                  (1-2-3)
│     ├──── Kreise                                      (1-3)
│     │     ├──── Lage zweier Kreise                    (1-3-1)
│     │     ├──── Lage Kreis – Gerade                   (1-3-2)
│     │     ├──── Innkreis und Umkreis                  (1-3-3)
│     │     ├──── Tangente anlegen, Punkt bekannt       (1-3-4)
│     │     └──── Tangente anlegen, Richtung bekannt    (1-3-5)
│     ├──── Flächeninhalt und Volumen                   (1-4)
│     │     ├──── Flächeninhalt n-Eck                   (1-4-1)
│     │     ├──── Volumen n-Eck Pyramide                (1-4-2)
│     │     └──── Volumen n-Eck Spat                    (1-4-3)
│     ├──── Strecken                                    (1-5)
│     │     ├──── Teilungsverhältnis bestimmen          (1-5-1)
│     │     └──── Teilungspunkt bestimmen               (1-5-2)
│     ├──── Gleichungen umwandeln                       (1-6)
│     │     ├──── Gerade                                (1-6-1)
│     │     └──── Ebene                                 (1-6-2)
│     └     Spiegelung                                  (1-7)
├──── Stochastik                                        (2)
│     ├──── Binominalverteilung                         (2-1)
│     │     ├──── Initiieren                            (2-1-1)
│     │     ├──── Liste berechnen                       (2-1-2)
│     │     ├──── Pfadwahrscheinlichkeit                (2-1-3)
│     │     ├──── Kenngrößen                            (2-1-4)
│     │     └──── Wahrscheinlichkeiten summieren        (2-1-5)
│     ├──── Phi                                         (2-2)
│     │     ├──── P(X<=k)                               (2-2-1)
│     │     ├──── P(X>k)                                (2-2-2)
│     │     ├──── P(k2<=X<=k)                           (2-2-3)
│     │     ├──── P(|X-µ|<=c)                           (2-2-4)
│     │     ├──── P(|X-µ|>c)                            (2-2-5)
│     │     ├──── Phi(X) berechnen                      (2-2-6)
│     │     └──── X für Phi(X)=Y berechnen              (2-2-7)
│     ├──── Tschebyscheff Abschätzung                   (2-3)
│     │     ├──── P(|X-µ|>=c)                           (2-3-1)
│     │     ├──── P(|X-µ|<c)                            (2-3-2)
│     │     ├──── P(|relative Häufigkeit-p)>=c)         (2-3-3)
│     │     └──── P(|relative Häufigkeit-p)<c)          (2-3-4)
│     └──── bedingte Wahrscheinlichleit                 (2-4)
├──── Primzahlen                                        (3)
│     ├──── Primzahltest                                (3-1)
│     ├──── Primfaktorenzerlegung                       (3-2)
│     ├──── KGV und GGT bestimmen                       (3-3)
│     └──── Primzahlen berechnen                        (3-4)
└──── Polynomdivision                                   (4)
```

3. Geometriefunktionen

Anmerkung: Die Geometriefunktionen sind 3 dimensional ausgelegt (Raumgeometrie), können aber auch als 2 dimensionale verwendet werden (Geometrie der Ebene), indem einfach nur in einer Ebene des Raumes operiert wird (z.B. indem Z bei allen Eingaben einfach 0 gesetzt wird).

3.1. Eingabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen

Verschiedene Geometriefunktionen verlangen die Eingabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen. Da dies, egal welche Funktion die Eingabe gerade verlangt, nach immer dem gleichen Schema geschieht, wird in diesem Kapitel die Eingabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen gesondert behandelt. Bei den Erklärungen der entsprechenden Funktionen in den entsprechenden folgenden Kapiteln wird auf dieses Kapitel verwiesen.

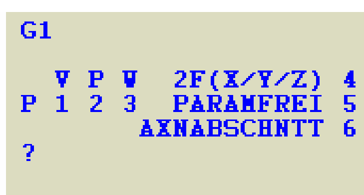
3.1.1. Die Eingabe von Punkten/Vektoren

Die Eingabe von Punkten/Vektoren erfolgt einfach durch Eingabe der 3 Ordinaten (X/Y/Z).

Anmerkung: MathMatX unterscheidet nicht zwischen Punkten und Vektoren (da jeder Vektor als Punkt aufgefasst werden kann und umgekehrt), die Eingabe von Punkten und Vektoren verläuft daher identisch.

3.1.2. Die Eingabe von Geraden

Bei der Eingabe von Geraden erscheint zunächst ein Auswahlmenü, das abfragt, wie die Gerade eingegeben werden soll. Es kann frei gewählt werden zwischen:



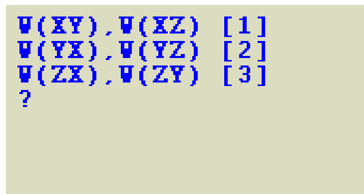
- Definition durch Punkt und Vektor [1]
- Definition durch 2 Punkte [2]
- Definition durch Punkt und Winkel [3]
- Definition durch 2 Funktionen [4]
- Definition durch parameterfreie Gleichung [5]
- Definition durch Achsenabschnittsform [6]

3.1.2.1. Definition durch Punkt und Vektor / durch 2 Punkte

Bei dieser Art der Eingabe wird zunächst der Startpunkt P der Gerade abgefragt und dann der Richtungsvektor V oder zuerst der Punkt P1 und dann der Punkt P2, durch den die Gerade verläuft. Siehe "3.1.1. Die Eingabe von Punkten/Vektoren"

3.1.2.2. Definition durch Punkt und Winkel

Bei dieser Art der Eingabe wird zunächst der Startpunkt P der Gerade abgefragt (siehe "3.1.1. Die Eingabe von Punkten/Vektoren") und dann zwei Winkel, die den Richtungsvektor eindeutig definieren.



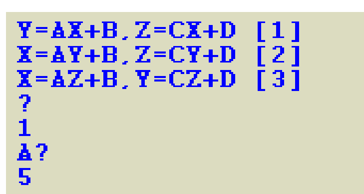
Es öffnet sich ein Menü, aus dem gewählt wird, welche Winkel der Geraden abgefragt werden sollen:

- Der Winkel zur KOS XY – Ebene (Alpha) und der Winkel zur KOS XZ – Ebene (Beta) [1]
- Der Winkel zur KOS XY – Ebene (Alpha) und der Winkel zur KOS YZ – Ebene (Beta) [2] oder
- Der Winkel zur KOS XZ – Ebene (Alpha) und der Winkel zur KOS YZ – Ebene (Beta) [3]

Danach werden Alpha und Beta eingegeben.

3.1.2.3. Definition durch 2 Funktionen

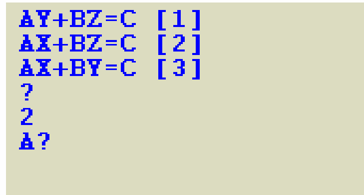
Eine Gerade lässt sich auf die XY, XZ und YZ Ebenen eines KOS als linearer Funktionsgraf abbilden, zwei solcher Grafen definieren eine Gerade eindeutig (da die Ebenen nicht komplanar sind). Bei dieser Art der Geradendefinition wird zunächst gefragt, welche Funktionsgrafen eingegeben werden sollen:



Danach werden die Funktionsparameter A, B, C und D abgefragt.

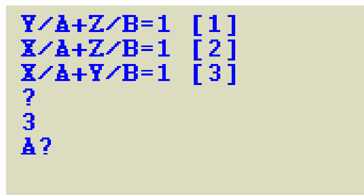
3.1.2.4. Definition durch Parameterfreie Gleichung

Mit dieser Art der Definition können nur Geraden angegeben werden, die entweder in der XY, in der XZ oder der YZ Ebene des KOS liegen. Der Vorteil der parameterfreien Gleichung gegenüber "3.1.2.3. Definition durch 2 Funktionen" besteht darin, dass auch Geraden mit unendlichem Anstieg angegeben angegeben werden können.



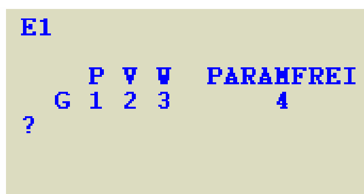
3.1.2.5. Definition durch Achsenabschnittsform

Die Definition durch die Achsenabschnittsform geschieht analog zu "3.1.2.4. Definition durch Parameterfreie Gleichung" denn: ax+by=c lässt sich mit /c zu x/(c/a)+y/(c/b) = c/c = x/a'+y/b'= 1 mit a' = c/a und b' = c/b überführen.



3.1.3. Die Eingabe von Ebenen

Analog zur Eingabe von Geraden erscheint zunächst wieder ein Auswahlmenü, das abfragt, wie die Ebene eingegeben werden soll. Es kann gewählt werden zwischen:



- Definition durch Gerade und Punkt [1]
- Definition durch Gerade und Vektor [2]
- Definition durch Gerade und Winkel [3]
- Definition durch parameterfreie Gleichung [4]

3.1.3.1. Definition durch Gerade und Punkt

Bei dieser Art der Eingabe werden eine Gerade g und dann ein Punkt P abgefragt, welche jeweils auf der Ebene liegen (siehe "3.1.2. Die Eingabe von Geraden" und "3.1.1. Die Eingabe von Punkten/Vektoren"). Eine Gerade und ein Punkt definieren eine Ebene eindeutig, wenn der Punkt nicht Element der Ebene ist.

Anmerkung: MathMatX überprüft bei der Eingabe nicht, ob P tatsächlich kein Element von g ist, sondern geht davon aus, dass das nicht der Fall ist. In unsicheren Fällen muss dies daher zunächst geprüft werden (Menüpunkt 1-1-2, Lage Punkt - Gerade)

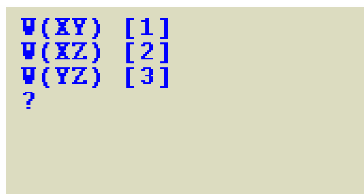
3.1.3.2. Definition durch Gerade und Vektor

Hier wird zunächst eine Gerade g abgefragt, die Bestandteil der Ebene ist (siehe 3.1.2. "Die Eingabe von Geraden") und dann ein Richtungsvektor V der Ebene (siehe "3.1.1. Die Eingabe von Punkten/Vektoren"). Eine Gerade und ein Richtungsvektor definieren eine Ebene eindeutig, wenn sie nicht parallel zueinander verlaufen.

Anmerkung: MathMatX überprüft bei der Eingabe nicht, ob V und g tatsächlich nicht parallel zueinander verlaufen, sondern geht davon aus, dass das nicht der Fall ist. In unsicheren Fällen muss dies daher zunächst geprüft werden (Menüpunkt 1-1-5, Lage Gerade - Gerade)

3.1.3.3. Definition durch Gerade und Winkel

Bei dieser Art der Eingabe wird zunächst eine Gerade g abgefragt, die Bestandteil der Ebene ist (siehe 3.1.2. "Die Eingabe von Geraden") und dann ein Winkel Alpha, den die Ebene mit einer der Koordinatenebenen eingeht.



Es öffnet sich ein Menü, aus dem gewählt wird, welcher Winkel abgefragt werden soll:

- Der Winkel zur KOS XY - Ebene [1]
- Der Winkel zur KOS XZ - Ebene [2] oder
- Der Winkel zur KOS YZ - Ebene [3]

Danach wird Alpha angegeben.

Anmerkung: MathMatX überprüft bei der Eingabe nicht, ob der durch Alpha angegebene Vektor und g nicht parallel zueinander verlaufen, sondern geht davon aus, dass das nicht der Fall ist. In unsicheren Fällen muss dies daher zunächst geprüft werden (Menüpunkt 1-1-5, Lage Gerade - Gerade).

3.1.3.4. Definition durch Parameterfreie Gleichung

Mit dieser Art der Definition wird eine Ebene durch eine parameterfreie Gleichung der Form a*x + b*y + c*z = d angegeben:

mit V_n als Normalenvektor der Ebene und (A;B;C) = V_n(X;Y;Z).

3.2. Ausgabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen

Verschiedene Geometriefunktionen geben Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen in immer der gleichen Art Weise aus. Daher wird die Ausgabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen in diesem Kapitel gesondert behandelt. Bei den Erklärungen der entsprechenden Funktionen in den entsprechenden folgenden Kapiteln wird auf dieses Kapitel verwiesen.

3.2.1. Ausgabe von Punkten/Vektoren

Die Ausgabe von Punkten/Vektoren erfolgt trivial durch die Angabe der einzelnen Ordinaten und wird nicht näher erläutert

3.2.2. Ausgabemodi und Ausgabeseiten

Wie verschiedene Möglichkeiten zur Eingabe von Geraden und Ebenen bestehen, gibt es auch unterschiedliche Ausgabevarianten (Ausgabemodi).

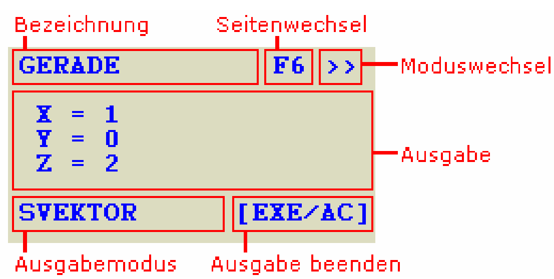
Für Geraden sind diese:

- Punkt – Richtungsform (Punkt/Vektor)
- Funktionsform (2 Funktionen)
- Spurpunktform
- Parameterfreie Form und
- Achsenabschnittsform,

Für Ebenen

- Parameterfreie Form / Achsenabschnittsform und
- Punkt – Richtungsform (Punkt/Vektor/Vektor)

Während der Ausgabe einer Geraden/Ebenen kann beliebig zwischen diesen Ausgabemodi hin und hergeschalten werden, alle Modi haben ein gemeinsames Format:



Bezeichnung:

Gibt die Bezeichnung der ausgegebenen Geraden/Ebenen an (z.B. "Gerade", "G1", "Lotgerade", "Ebene" usw.)

Moduswechsel:

Ein Druck auf die Pfeiltaste rechts [->] bewirkt das Umschalten des Ausgabemodus. Nach dem letzten Ausgabemodus folgt wieder der erste.

Seitenwechsel:

Zu einem Ausgabemodus gehören ggf. mehrere Seiten, da das Display zu klein ist, um alle zum Modus gehörigen Daten zugleich darzustellen.
Ein Druck auf [F6] bewirkt das Umschalten zur nächsten Seite, nach der letzten Seite folgt wieder die erste.

Ausgabemodus:

Gibt an, welcher Ausgabemodus gerade vorliegt / welche Seite im aktuellen Ausgabemodus gerade angezeigt wird (in der Abbildung z.B. "SVEKTOR" für Seite "Stützvektor" im Ausgabemodus "Punkt - Richtungsform").

Ausgabe:

Gibt die Daten der aktuellen Seite im aktuellen Ausgabemodus aus (im obigen Beispiel die Koordinaten des Stützvektors einer Geraden).

Ausgabe beenden:

Ein Druck auf [EXE] bewirkt das Beenden der Ausgabe und das Fortfahren des Programms, ein Druck auf [AC] das Beenden der Ausgabe und von MathMatX.

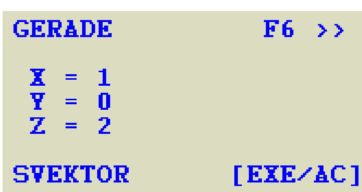
3.2.3. Ausgabe von Geraden

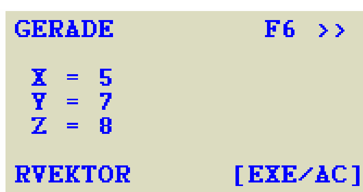
Mit der Taste [->] werden während der Ausgabe einer Geraden die Ausgabemodi in der Reihenfolge durchgeschalten, wie sie in diesem Kapitel aufgezählt sind.

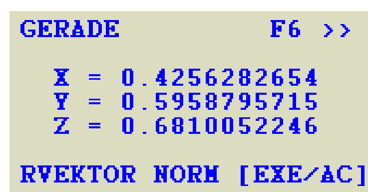
Anmerkung: für die Screenshots dieses Kapitels wird die Beispielgerade g mit dem Stützvektor (1;0;2) und dem Richtungsvektor (5;7;8) verwendet.

3.2.3.1. Punkt - Richtungsform

Dieser Ausgabemodus stellt eine Gerade durch einen Punkt (Stützvektor) und einen Richtungsvektor dar und enthält 3 Seiten:



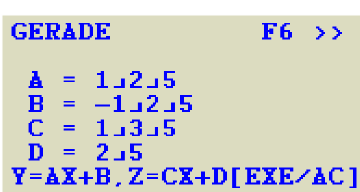


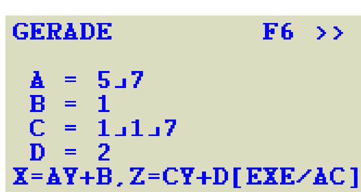


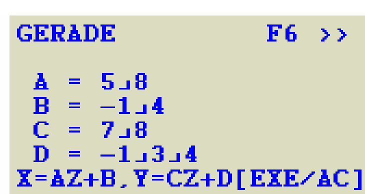
Die erste gibt den Stützvektor, die zweite den Richtungsvektor der Geraden an und die dritte den Richtungsvektor in Normalform mit $X^2+Y^2+Z^2 = 1$.

3.2.3.2. Funktionsform (2 Funktionen)

In der Funktionsform wird eine Gerade je Seite durch 2 lineare Funktionen dargestellt (siehe auch: "3.1.2.3. Definition durch 2 Funktionen")





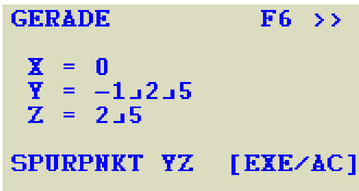


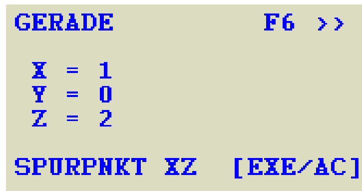
Auf Seite 1 wird die Gerade durch die Funktionen Y=f1(x)=A*X+B und Z=f2(x)=C*X+D, auf Seite 2 durch X=f1(y)=A*Y+B und Z=f2(y)=C*Y+D und auf Seite 3 durch X=f1(z)=A*Z+B und Y=f2(z)=C*Z+D angegeben.

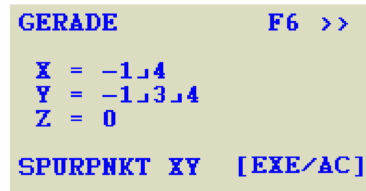
Anmerkung: ist auf einer Seite einer der Funktionsanstiege A und C +/- unendlich, wird die entsprechende Seite als nicht verfügbar angezeigt.

3.2.3.3. Spurpunktform

Dieser Ausgabemodus gibt die Spurpunkte einer Geraden:





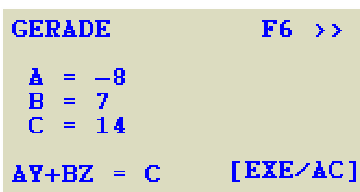


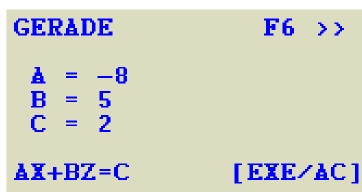
auf der YZ - (Seite 1), der XZ - (Seite 2) und der XY - Ebene (Seite 3) des KOS an.

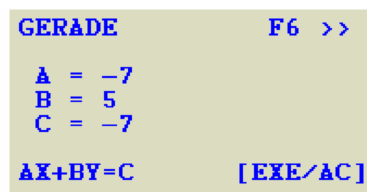
Anmerkung: existiert ein Spurpunkt nicht, wird die entsprechende Seite als nicht verfügbar angezeigt.

3.2.3.4. Parameterfreie Form

Dieser Ausgabemodus bildet eine Gerade auf die YZ - (Seite 1), XZ - (Seite 2) und XY - Ebene eines KOS ab:



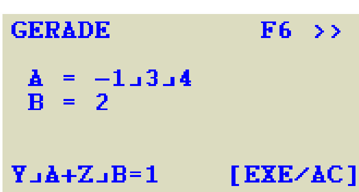


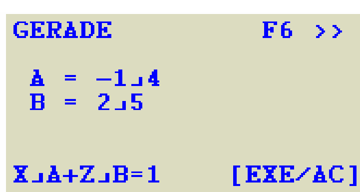


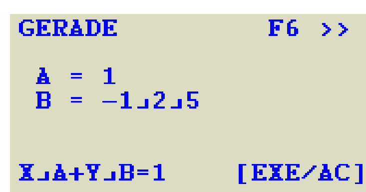
und liefert für jede dieser Abbildungen eine parameterfreie Form (siehe auch "3.1.2.4. Definition durch Parameterfreie Gleichung").

3.2.3.5. Achsenabschnittsform

Bildet eine Gerade auf die YZ - (Seite 1), XZ - (Seite 2) und XY - Ebene eines KOS ab:







und liefert für jede dieser Abbildungen die Achsenabschnittsform (siehe auch "3.1.2.5. Definition durch Achsenabschnittsform").

Anmerkung: Die Achsenabschnittsform ist ähnlich der parameterfreien Form, jedoch mit dem Unterschied, dass hier durch C dividiert wird, d.h., die Achsenabschnittsform ist für C=0 nicht definiert. In diesem Fall wird die entsprechende Seite als nicht verfügbar angezeigt.

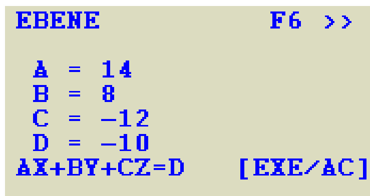
3.2.4. Ausgabe von Ebenen

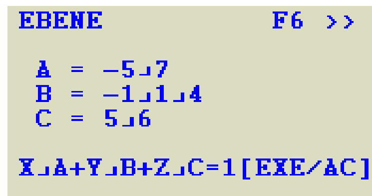
Mit der Taste [->] werden während der Ausgabe einer Ebenen die Ausgabemodi in der Reihenfolge durchgeschalten, wie sie in diesem Kapitel aufgezählt sind.

Anmerkung: für die Screenshots dieses Kapitels wird die Beispielebene e mit 14x+8y-12z = -10 verwendet.

3.2.4.1. Parameterfreie Form / Achsenabschnittsform

Dieser Ausgabemodus liefert die parameterfreie Form einer Ebene (Seite 1), die durch A*X+B*Y+C*Z = D definiert wird, sowie die entsprechende Achsenabschnittsform (Seite 2):

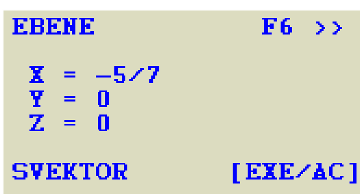


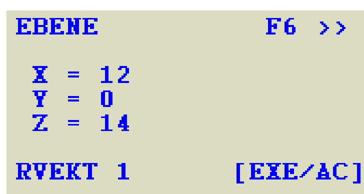


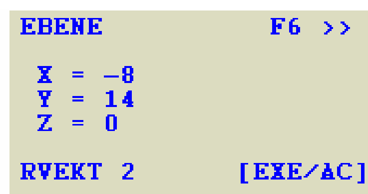
Anmerkung: Die Achsenabschnittsform ist ähnlich der parameterfreien Form, jedoch mit dem Unterschied, dass hier durch D dividiert wird, d.h., die Achsenabschnittsform ist für D=0 nicht definiert. In diesem Fall wird die entsprechende Seite als nicht verfügbar angezeigt.

3.2.4.2. Punkt - Richtungsform (Punkt/Vektor/Vektor)

Die Punkt - Richtungsform stellt eine Ebene durch einen Punkt (Stützvektor) und zwei Richtungsvektoren dar und enthält 3 Seiten:



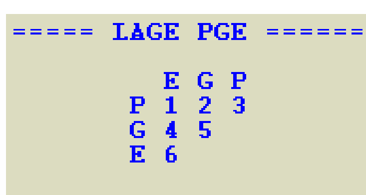




Die erste gibt den Stützvektor, die zweite den ersten und die dritte den zweiten Richtungsvektor der Ebene an.

3.3. Lage Punkt - Gerade - Ebene

Der Menüpunkt "Geometrie" -> "Lage Punkt - Gerade - Ebene" (1-1) ermöglicht die Lagebestimmung von Punkten, Geraden und Ebenen zueinander im Raum bzw. die Lagebestimmung von Punkten und Geraden zueinander auf der Ebene.



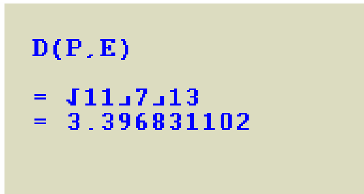
Die Ein - und Ausgabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen erfolgt wie in den Kapiteln "3.1. Eingabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen" und "3.2.

Ausgabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen" beschrieben, auf diese Punkte wird daher nicht noch einmal eingegangen

Anmerkung: bei der Ausgabe von Schnittwinkeln zwischen zwei Objekten gibt MathMatX immer den kleinsten Schnittwinkel an.

3.3.1. Lage Punkt – Ebene (Menüpunkt 1-1-1)

Fragt zunächst den Punkt P und dann die Ebene E ab.



Ausgegeben werden der Reihe nach der Abstand D(P,E), Der Fußpunkt F von P auf E sowie die Lotgerade, die durch P und F verläuft.

3.3.2. Lage Punkt – Gerade (Menüpunkt 1-1-2)

Fragt zunächst den Punkt P und dann die Gerade g ab.
Ausgegeben werden der Reihe nach der Abstand D(P,G), Der Fußpunkt F von P auf G, die Lotgerade, die durch P und F verläuft sowie die Lotebene, die durch P und F verläuft und deren Normalenvektor der Richtungsvektor von g ist.

3.3.3. Lage Punkt – Punkt (Menüpunkt 1-1-3)

Fragt die Punkte P1 und P2 ab und gibt den Abstand D(P1,P2) aus.

3.3.4. Lage Gerade – Ebene (Menüpunkt 1-1-4)

Fragt zunächst die Ebene E und dann die Gerade g ab. Ausgegeben werden der Reihe nach:

- Der Schnittpunkt S von g mit E, falls dieser existiert, ansonsten, ob g und E parallel sind oder g Element von E ist,
- Der Schnittwinkel von g mit E, falls ein S existiert und
- Die Gerade g', die bei der Projektion von g auf E entsteht (g' ist die Schnittgerade von E mit der Lotebenen L von g auf E) sowie
- Die Lotebene L von g auf E, die g beinhaltet und E rechtwinklig schneidet

3.3.5. Lage Gerade – Gerade (Menüpunkt 1-1-5)

Fragt die Geraden G1 und G2 ab und gibt der Reihe nach aus:

- Ob G1 und G2 sich schneiden, identisch sind oder parallel oder windschief zueinander verlaufen,
- Den Schnittpunkt S von G1 und G2, falls dieser existiert, ansonsten den Abstand D(G1,G2),
- Wenn die Geraden windschief liegen die Punkte S1 auf G1 und S2 auf G2, für die gilt, dass der Abstand D(S1,S2) minimal ist und
- Den Schnittwinkel von G1 und G2, wenn G1 und G2 nicht parallel oder identisch sind

3.3.6. Lage Ebene – Ebene (Menüpunkt 1-1-6)

Fragt die Ebenen E1 und E2 ab. Ausgegeben werden:

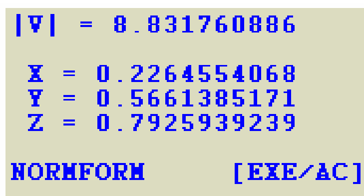
- Ob E1 und E2 sich schneiden oder ob sie identisch oder parallel sind,
- Die Schnittgerade g und den Schnittwinkel von E1 und E2, falls E1 und E2 nicht parallel oder identisch sind sowie
- Den Abstand D(E1,E2), wenn E1 und E2 zueinander parallel verlaufen

3.4. Vektoren

Im Menüpunkt "Geometrie" -> "Vektoren" (1-2) können Betrag und Normalform von Vektoren sowie die Lagebeziehungen zwischen Vektoren ermittelt werden.

3.4.1. Betrag und Normalform (Menüpunkt 1-2-1)

Nach Eingabe des Vektors V werden der Betrag |V| des Vektors sowie seine Normalform $V_n(X;Y;Z)$ mit $V = r*V_n$ und $X^2+Y^2+Z^2 = 1$ ausgegeben.



3.4.2. Lage zweier Vektoren (Menüpunkt 1-2-2)

Nach Eingabe der Vektoren V1 und V2 gibt MathMatX an, ob die Vektoren kollinear (parallel) zueinander sind oder nicht. Für V1 || V2 wird weiterhin das Teilungsverhältnis r = V1/V2 ausgegeben, da dann V1 = r*V2 gilt, ansonsten, welchen Winkel V1 und V2 miteinander eingehen (hier wird immer der kleinere verwendet).

3.4.3. Lage dreier Vektoren (Menüpunkt 1-2-3)

Nach Eingabe der drei Vektoren V1, V2 und V3 gibt MathMatX an, ob die Vektoren komplanar zueinander (auf einer gemeinsamen Ebene) liegen oder nicht.

3.5. Kreise

Der Menüpunkt "Geometrie" -> "Kreise" (1-3) stellt folgende geometrische Funktionen mit Kreisen zur Verfügung:

- Lagebeziehungen zweier Kreise
- Lagebeziehungen von Kreis und Gerade
- In – und Umkreis von Dreiecken
- Kreistangenten

Anmerkung: Bei der Eingabe von Kreisen sind deren Mittelpunkt M und Radius r frei wählbar, nicht jedoch die Kreisebene. Jeder Kreis liegt parallel zur XY – Ebene des KOS (d.h., nur die Z – Ordinate der Kreisebene ist durch M frei wählbar).

3.5.1. Lage zweier Kreise (Menüpunkt 1-3-1)

Fragt die Kreise K1 und K2 ab und gibt der Reihe nach aus:

- Den Abstand D(M1,M2) der Kreismittelpunkte,
- ob sich die Kreise schneiden, sich berühren, sie identisch sind oder K1 in K2 bzw. K2 in K1 liegt und
- die Schnittpunkte S1 und S2 bzw. den Berührungspunkt B beider Kreise, falls diese Punkte jeweils existieren

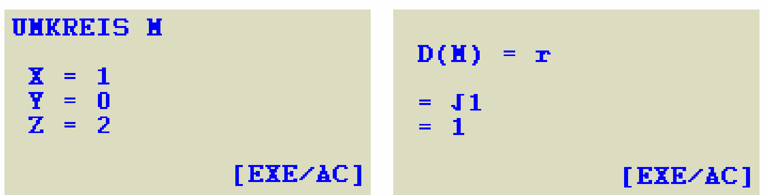
3.5.2. Lage Kreis - Gerade (Menüpunkt 1-3-2)

Nach Abfrage des Kreises K und der Gerade g gibt MathMatX an:

- Ob g eine Passante, Tangente oder Sekante von K ist
- Den Abstand D(g,K) von g zu K für Passanten (*Achtung:* dies ist *nicht* der Abstand von g zum Kreismittelpunkt M, sondern der minimale Abstand von g zur Kreisperipherie)
- Die Schnittpunkte S1 und S2 von g mit K im Falle einer Sekante bzw. den Berührungspunkt B von g mit K im Falle einer Tangente

3.5.3. Innkreis und Umkreis (Menüpunkt 1-3-3)

Unter diesem Menüpunkt können Inn - und Umkreise von Dreiecken ermittelt werden.



Dazu werden zunächst die 3 Eckpunkte P1, P2 und P3 des Dreiecks abgefragt und anschließend jeweils Mittelpunkt und Radius der beiden Kreise ausgegeben.

Anmerkung: Zwar richtet MathMatX Kreisebenen immer parallel zur XY - Ebene des KOS aus, für die Bestimmung von Inn - und Umkreisen ist es aber dennoch nicht erforderlich, dass das entsprechende Dreieck parallel zur KOS XY - Ebene verläuft (die Dreiecksebene darf eine beliebige Lage im Raum einnehmen)

3.5.4. Tangente anlegen, Punkt bekannt (Menüpunkt 1-3-4)

Dieser Menüpunkt berechnet Tangenten an einen gegebenen Kreis K, die durch einen gegebenen Punkt P verlaufen. Dazu wird zunächst K und dann P abgefragt. Wenn eine (P berührt K) oder mehrere Tangenten (P liegt außerhalb von K) existieren, werden diese der Reihe nach ausgegeben (siehe "3.2.3. Ausgabe von Geraden"), ansonsten, dass eine Tangente durch P nicht verfügbar ist.

Anmerkung: bei der Abfrage von P fragt MathMatX eine Gerade g anstatt einen Punkt ab, verwendet aber nur deren Stützvektor (als P) und verwirft den Rest. Falls G ohne Stützvektor angegeben wird (durch 2 Funktionen oder parameterfreie Gleichungen), wird zunächst ein beliebiger Stützvektor berechnet. Das Abfragen einer Geraden anstatt eines Punktes macht zwar keinen Sinn, jedoch das Abfragen von Geraden anstatt von Vektoren (siehe "3.5.5. Tangente anlegen, Richtung bekannt")

3.5.5. Tangente anlegen, Richtung bekannt (Menüpunkt 1-3-5)

Dieser Menüpunkt berechnet Tangenten an einen gegebenen Kreis K, die einen gegebenen Richtungsvektor V aufweisen. Dazu werden zunächst K und V abgefragt und dann die 2 Tangenten T1 und T2 ausgegeben (siehe "3.2.3. Ausgabe von Geraden"), die diese Bedingungen erfüllen.

Anmerkung: bei der Abfrage von V fragt MathMatX eine Gerade g anstatt einen Vektor ab, verwendet aber nur deren Richtungsvektor (als V) und verwirft den Rest. Dies hat den Vorteil, dass der Vektor nicht als Vektor angegeben werden muss, sondern dass er auch durch 2 Punkte, durch Winkel oder Funktionen definiert werden kann, was hier mitunter (z.B. bei Aufgaben der Form: "Wie muss n für f(x) = y = m*x+n lauten, damit f(x) Tangente an K ist") sinnvoll sein kann.

3.6. Flächeninhalt und Volumen

Im Menüpunkt "Geometrie" -> "Flächeninhalt und Volumen" (1-4) können Flächeninhalte von n-eckigen Grundflächen sowie Volumina von Pyramiden und Prismen (auch schiefen) mit n-eckigen Grundflächen für n = [3..255] bestimmt werden. Die Punkte P1..Pn der Flächen müssen dabei *der Reihe nach* angegeben werden, d.h., P_{a-1} und P_{a+1} müssen jeweils Nachbarpunkte von P_a sein.

Anmerkung: MathMatX liefert bei Flächeninhalten und Volumina nur unter der Voraussetzung korrekte Ergebnisse, dass das entsprechende n-Eck ausgehend vom Punkt P1 derart in n-2 Dreiecke zerlegt werden kann, dass keine Dreiecksseite teilweise außerhalb der Grundfläche liegt.
Das ist bei konvexen Grundflächen immer der Fall (Abb1, Abb2), egal welcher Eckpunkt als P1 gewählt wird, bei konkaven aber muss P1 speziell so gewählt werden, dass diese Voraussetzung erfüllt ist (Abb3, Abb4). Bei einigen konkaven n-Ecken existiert auch gar kein solches P1 (Abb5). Diese müssen daher in Teilgrundflächen, die die Voraussetzung erfüllen, zerlegt und schrittweise berechnet werden (Abb6).

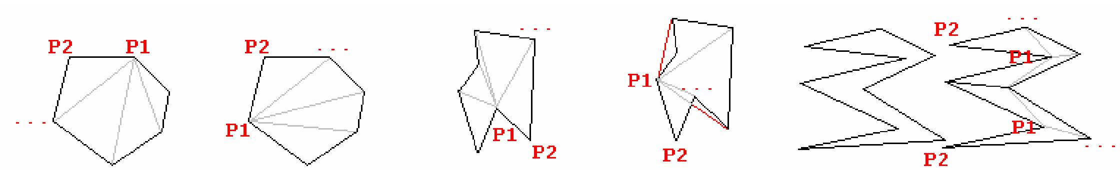


Abb1 (richtig) Abb2 (richtig) Abb3 (richtig) Abb4 (falsch) Abb5 (falsch) Abb6 (richtig)

3.6.1. Flächeninhalt n-Eck (Menüpunkt 1-4-1)

Fragt n sowie die Punkte P1..Pn ab und gibt den Flächeninhalt der n-Eckigen Fläche aus.

3.6.2. Volumen n-Eck Pyramide (Menüpunkt 1-4-2)

Fragt die Spitze S der Pyramide, sowie n und die Punkte A1..An ab und gibt das Volumen der entsprechenden Pyramide aus.

3.6.3. Volumen n-Eck Prisma (Menüpunkt 1-4-3)

Fragt den Punkt B1 der Deckfläche sowie n und die Punkte A1..An der Grundfläche des Prismas ab und gibt dessen Volumen an.

Anmerkung: B1 auf der Deckfläche muss nicht A1 der Grundfläche entsprechen, sondern ist ein beliebiger Punkt auf der Ebene der Deckfläche. B1 muss nicht einmal ein Eckpunkt der Deckfläche sein; er kann auch inner - oder außerhalb liegen.

3.7. Strecken

Der Menüpunkt "Geometrie" -> "Strecken" (1-5) berechnet Teilungspunkt und Teilungsverhältnis.

3.7.1. Teilungsverhältnis bestimmen (Menüpunkt 1-5-1)

MathMatX fragt die Punkte P1 und P2 ab, die die Strecke begrenzen, sowie den gegebenen Teilungpunkt T auf der Geraden durch P1 und P2, und gibt das Teilungsverhältnis |P1T| / |TP2| an.

Anmerkung: T kann auch außerhalb der Strecke, jedoch nicht außerhalb der Geraden liegen.

3.7.2. Teilungspunkt bestimmen (Menüpunkt 1-5-2)

Fragt zunächst die Punkte P1 und P2 ab, die die Strecke begrenzen, sowie das gegebene Teilungsverhältnis |P1T| / |TP2|, und gibt die Koordinaten des entsprechenden Teilungspunktes T aus.

3.8. Gleichungen umwandeln

Durch den Menüpunkt "Geometrie" -> "Gleichungen umwandeln" (1-6) besteht die Möglichkeit, Geraden und Ebenen von einer *beliebigen* Darstellungsform in eine *beliebige* andere zu überführen. Das Programm tut hier eigentlich weiter nichts, als eine Gerade/Ebene abzufragen und sie anschließend wieder auszugeben, da bei MathMatX *immer* sowohl die Eingabe von Geraden/Ebenen (siehe "3.1. Eingabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen") wie auch die Ausgabe (siehe "3.2. Ausgabe von Punkten/Vektoren/Geraden/Ebenen") in einem *beliebigen Format* erfolgt.

3.8.1. Gerade (Menüpunkt 1-6-1)

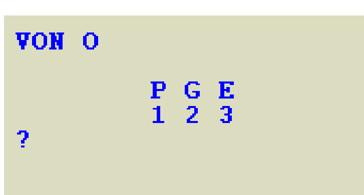
Fragt eine Gerade ab und gibt sie wieder aus.

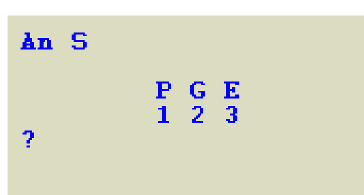
3.8.2. Ebene (Menüpunkt 1-6-2)

Fragt eine Ebene ab und gibt sie wieder aus.

3.9. Spiegelung (Menüpunkt 1-7)

Dieser Menüpunkt ermöglicht die Spiegelung eines Punktes, einer Geraden oder Ebenen jeweils an einem Punkt, an einer Geraden oder Ebenen (9 Spiegelungsvarianten insgesamt). Nach Aufruf des Menüpunktes wird zunächst gefragt, welche Spiegelungsvariante verwendet werden soll (P an P, P an G, P an E, G an P, G an G, G an E, E an P, E an G oder E and E):





Anschließend werden der zu spiegelnde Punkt / die zu spiegelnde Gerade/Ebene O sowie der Spiegelungspunkt / die Spiegelungsgerade/-ebene S abgefragt und es wird der Bildpunkt / die Bildgerade/-ebene O' ausgegeben.

4. Stochastikfunktionen

4.1. Binominalverteilung

MathMatX stellt mit dem Menüpunkt "Stochastik" -> "Binominalverteilung" (2-1) umfangreiche Funktionen zum Umgang mit Binominalverteilungen zur Verfügung. In den Screenshots der folgenden Kapitel zur Binominalverteilung wird folgender Sachverhalt als Beispiel verwendet:

Auf einer Straße hat ein beliebig herausgegriffenes Fahrzeug mit einer Wahrscheinlichkeit von p=0.8 genau 4 Räder. Im Zuge einer Verkehrszählung werden auf dieser Straße genau 20 nacheinander folgende Fahrzeuge protokolliert.

4.1.1. Binominalverteilung initiieren (Menüpunkt 2-1-1)

Um überhaupt mit einer Binominalverteilung arbeiten zu können, muss diese zunächst initialisiert werden. Dazu wird die Anzahl n der Stufen der Binominalverteilung sowie die Wahrscheinlichkeit p des Ereignisses abgefragt, das die Zufallsvariable X um 1 erhöht.

```
N STUFEN (BINOMINAL)
N=?
20
P=?
0.8
```

Anmerkung: Solange sich das Programm im Menüpunkt Binominalverteilung (2-1) befindet, bleibt die Initialisierung erhalten, aber sowie das Menü verlassen oder MathMatX beendet wird, geht die Initialisierung verloren, d.h., die Biniminalverteilung muss dann wieder neu initiiert werden. Außerdem überschreibt die erneute Initiierung einer Binominalverteilung die ggf. bereits vorhandene, d.h., um mit einer neuen Binominalverteilung arbeiten zu können, müssen der Menüpunkt oder das Programm nicht erst verlassen werden.

4.1.2. Liste berechnen (Menüpunkt 2-1-2)

Dieser Menüpunkt füllt die Listendateien 1 bis 4 des Taschenrechners mit Daten über die Binominalverteilung. Diese Listen bleiben auch nach dem Verlassen des Menüpunktes Binominalverteilung (2-1) bzw. dem Beenden von MathMatX erhalten.

```
List 1: I(X=I)
List 2: P(1PFAD X=I)
List 3: PFADE(X=I)
List 4: P(X=I)

                [EXE/AC]
```

Liste 1:

Enthält der Reihe nach alle Werte I, die X annehmen kann, angefangen beim kleinsten (im verwendeten Beispiel also 0..20).

Liste 2:

Enthält für alle I die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Pfad auftritt, für den X=I gilt

Liste 3:

Enthält für alle I die Anzahl aller möglichen Pfade, für die X=I gilt

Liste 4:

Enthält für alle I die Wahrscheinlichkeit, dass X=I gilt (dass irgend ein Pfad auftritt, für den X=I gilt, = Produkt aus Liste 2 und Liste 3)

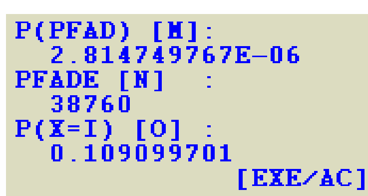
Im verwendeten Beispiel liefert der Menüpunkt folgende Listen mit jeweils 21 Elementen:

Liste 1	Liste 2	Liste 3	Liste 4
0	1.0486 E-14	1	1.0486 E-14
1	4.1943 E-14	20	8.3886 E-13
2	1.6777 E-13	190	3.1877 E-11
3	6.7109 E-13	1140	7.6504 E-10
...	...	...	...
16	4.5036 E-05	4845	2.1820 E-01
...	...	...	...
19	2.8823 E-03	20	5.7646 E-02
20	1.1529 E-02	1	1.1529 E-02

Anmerkung: Jeder Aufruf des Menüpunktes Liste Berechnen (2-1-2) überschreibt die ggf. bereits bestehenden Listendateien 1 bis 4, außerdem überschreiben die primzahlbasierten – und die Polynomfunktionen ebenfalls Listendateien (siehe "5. Primzahlbasierte Funktionen" und "6. Polynomfunktionen")

4.1.3. Pfadwahrscheinlichkeit (Menüpunkt 2-1-3)

Dieser Menüpunkt arbeitet ähnlich dem Menüpunkt Liste Berechnen (2-1-2), jedoch mit dem Unterschied, das keine Listen mit für Daten alle I berechnet, sondern nur die Daten eines Pfades (eines I) ausgegeben werden. Dazu wird zunächst X mit X=I abgefragt, als Ausgabe erscheint folgender Bildschirm:



P(Pfad):

Gibt (analog zu Liste 2) für I die Wahrscheinlichkeit an, dass ein bestimmter Pfad auftritt, für den X=I gilt

Pfade:

Gibt (analog zu Liste 3) für I die Anzahl aller möglichen Pfade, für die X=I gilt, an

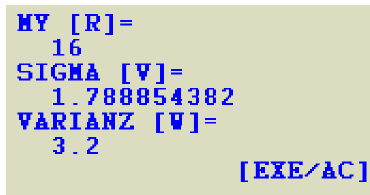
P(X=I):

Gibt (analog zu Liste 4) die Wahrscheinlichkeit an, dass X=I auftritt (Gesamtwahrscheinlichkeit aller Pfade mit X=I)

Anmerkung: Ein Druck auf [AC] beendet hier das Programm. Danach ist P(Pfad) in der Variablen M, Pfade in N und P(X=I) in O verfügbar, was besonders praktisch für weitere Berechnungen mit diesen Werten ist.

4.1.4. Kenngrößen (Menüpunkt 2-1-4)

Gibt folgende Kenngrößen der Binominalverteilung aus:



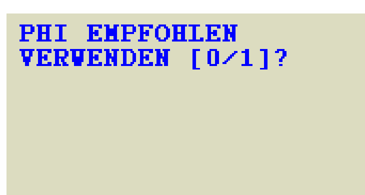
Die Werte µ (diskreter Erwartungswert = Summe aller I*P(X=I)) und Sigma (Standartabweichung = Wurzel aus Varianz) sowie die Varianz (Summe aller $(I-\mu)^2$*P(X=I)).

Anmerkung: Wie auch beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, µ steht dann in der Variablen R, Sigma in V und die Varianz in V zur Verfügung.

4.1.5. Wahrscheinlichkeiten summieren (Menüpunkt 2-1-5)

Summiert die Wahrscheinlichkeiten aller P(X=I) für k1 <= I <= k2 und fragt dazu zunächst die Intervallgrenzen k1 und k2 ab. Der Menüpunkt gibt anschließend die Wahrscheinlichkeit P(k1<=X<=k2) aus, die nach Programmabbruch durch [AC] in der Variablen S verfügbar ist.

Anmerkung: Für zu große n empfiehlt MathMatX automatisch die Verwendung der Funktion Phi zur Berechnung von P(l1<=X<=k2). Wenn diese Funktion empfohlen wird, sollte sie auch verwendet werden, da MathMatX ansonsten ggf. die Wahrscheinlichkeit P nicht berechnen kann (*Ma - Error*). Die Berechnung durch Phi ist zwar etwas ungenauer (was bei großen n aber kaum ins Gewicht fällt), kann dafür aber mit beliebig großen n erfolgen.



4.2. Phi

Der Menüpunkt "Stochastik" -> "Phi" (2-2) ermöglicht die genaue oder näherungsweise Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten, Standardabweichungen, Erwartungswerten und Intervallgrenzen bei Normalverteilungen (auch nicht - binominalen) mittels der Funktion Phi (Funktion des Integrals unter der "Gaußschen Glockenkurve").

Besonders geeignet ist diese Funktion für stetige/kontinuierliche Zufallsgrößen X (die in einem angegebenen Intervall beliebig viele Werte annehmen können), sowie für diskrete Zufallsgrößen X (die in einem Intervall nur n+1 Werte annehmen können) für hinreichend große n.

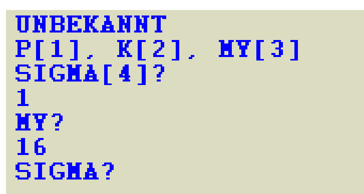
Bei stetigen Zufallsgrößen berechnet Phi genaue Wahrscheinlichkeiten, bei diskreten umso genauere, je größer n ist (daher ist die Phi - Funktion für diskrete X mit kleinen n ungeeignet).

4.2.1. P(X<=k) (Menüpunkt 2-2-1)

P gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Zufallsvariable X eine obere Intervallgrenze k nicht überschreitet (X <= k). Dieser Menüpunkt kann folgende Werte berechnen:

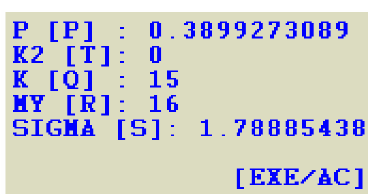
- P (Wahrscheinlichkeit) aus gegebenen Werten k (oberer Grenzwert), µ (Erwartungswert) und Sigma (Standardabweichung) [1],
- k aus gegebenen Werten P, µ und Sigma [2],
- µ aus gegebenen P, k und Sigma [3] sowie
- Sigma aus gegebenen P, k und µ [4]

Dazu wird zunächst gefragt, welcher Wert der unbekannte ist:



,

dann werden alle bekannten Werte abgefragt und anschließend alle Werte (sowohl die bereits bekannten wie auch die berechneten) ausgegeben:



Anmerkungen:

1) Da K2 in diesem Menüpunkt nicht verwendet wird, ist die Ausgabe von K2 ohne Bedeutung und soll ignoriert werden. Dass K2 hier überhaupt angezeigt wird hat den Grund, dass auf diese Weise andere MathMatX - Menüpunkte, die K2 verwenden, jeweils die selbe MathMatX Ausgabeprozedur verwenden können und somit Speicherplatz gespart wird.

2) Wie auch beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, µ steht dann in der Variablen R, Sigma in S, k in Q und die Wahrscheinlichkeit in P zur Verfügung.

4.2.2. P(X>k) (Menüpunkt 2-2-2)

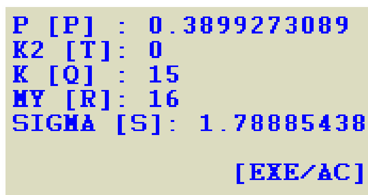
Analog zu P(X>=k) (Menüpunkt 2-2-1), jedoch gibt P hier die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Zufallsvariable X über einer unteren Intervallgrenze k liegt (X > k, Gegenwahrscheinlichkeit von P(X<=k)).

Siehe "4.2.1. P(X<=k) (Menüpunkt 2-2-1)".

4.2.3. P(k2<=X<=k) (Menüpunkt 2-2-3)

Berechnet P, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsvariable X bei gegebenen Werten µ (Erwartungswert) und Sigma (Standardabweichung) innerhalb eines angegebenen Intervalls [k2..k] liegt.

Der Menüpunkt verlangt zunächst die Eingabe der Werte µ, Sigma, K2 und K und gibt anschließend den selben Bildschirm aus wie der Menüpunkt P(X<=k) (2-2-1), jedoch mit dem Unterschied, dass die Ausgabe von K2 hier nicht ohne Bedeutung ist:



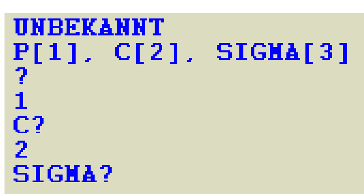
Anmerkung: Wie auch beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, µ steht dann in der Variablen R, Sigma in S, k2 in T, k in Q und die Wahrscheinlichkeit in P zur Verfügung.

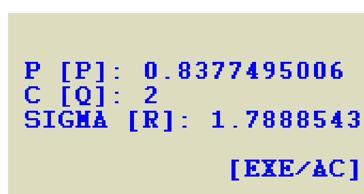
4.2.4. P(|X-µ|<=c) (Menüpunkt 2-2-4)

P gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Zufallsvariable X vom Erwartungswert µ um einen Betrag von maximal c abweicht (|X-µ|<=c). Dieser Menüpunkt kann folgende Werte berechnen:

- P (Wahrscheinlichkeit) aus gegebenen Werten c (maximale Abweichung) und Sigma (Standardabweichung) [1],
- c aus gegebenen Werten P und Sigma [2] sowie
- Sigma aus gegebenen P und c [3]

Dazu wird zunächst gefragt, welcher Wert der unbekannte ist:





,

danach werden alle bekannten Werte abgefragt und anschließend die Werte P, c und Sigma ausgegeben.

Anmerkung: Ähnlich wie beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, P steht dann in der Variablen P, C in Q und Sigma in R zur Verfügung.

4.2.5. P(|X-μ|>c) (Menüpunkt 2-2-5)

Analog zu P(|X-μ|<=c) (Menüpunkt 2-2-4), jedoch gibt P hier die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Zufallsvariable X vom Erwartungswert μ um einen Betrag von mehr als c abweicht (|X-μ|>c).

Siehe "4.2.4. P(X<=c) (Menüpunkt 2-2-4)".

4.2.6. Phi(X) berechnen (Menüpunkt 2-2-6)

Dieser Menüpunkt berechnet einen Funktionswert der Phi - Funktion, die das Integral unter der "gaußschen Glockenkurve" (phi(x)) darstellt. Nach Angabe des entsprechenden X - Wertes gibt MathMatX die Wahrscheinlichkeit P = Phi(X) aus.

Phi(z) gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine Zufallsvariable X den Wert <= z annimmt, unter der Voraussetzung, dass X normalverteilt ist. Eine Normalverteilung liegt dann vor, wenn X eine kontinuierlich verteilte Zufallsgröße - bzw. liegt dann näherungsweise vor, wenn X eine diskret verteilte Zufallsgröße mit n+1 möglichen Werten für große n ist, und ferner p (Ereigniswahrscheinlichkeit) = 0.5 und μ (Erwartungswert) = 0 gilt.

Anmerkungen:

1) Jede Gaußverteilung (X kontinuierlich oder diskret mit großen n) lässt sich in eine Normalverteilung überführen, die Menüpunkte unter Binominalverteilung (2-1) und Phi (2-2) greifen daher auf die Funktionen Phi(X) berechnen (2-2-6) und X für Phi(X)=Y berechnen (2-2-7) zurück.

2) Ähnlich wie beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, Phi(X) steht dann in der Variablen G zur Verfügung.

4.2.7. X für Phi(X)=Y berechnen (Menüpunkt 2-2-7)

Wie "4.2.6. Phi(X) berechnen (Menüpunkt 2-2-6)", jedoch ist hier mit Phi(X)=Y=P die Wahrscheinlichkeit gegeben, und X wird ermittelt.

Anmerkung: Ähnlich wie beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, X für Phi(X)=Y steht dann in der Variablen H zur Verfügung.

4.3. Tschebyscheff Abschätzung

Im Menüpunkt "Stochastik" -> "Tschebyscheff Abschätzung" (2-3) sind Funktionen zur Tschebyscheffschen Wahrscheinlichkeitsabschätzung enthalten, welche angibt:

- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Zufallsvariable X von ihrem Erwartungswert μ um einen Betrag von maximal / von mehr als c abweicht (2-3-1 und 2-3-2) und
- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine relative Häufigkeit H von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit p um einen Betrag von maximal / von mehr als c abweicht (2-3-3 und 2-3-4).

4.3.1. P(|X-μ|>=c)<= (Menüpunkt 2-3-1)

Ermittelt mit Hilfe der Tschebyscheffschen Abschätzung die maximale Wahrscheinlichkeit p dafür, dass die Zufallsvariable X vom Erwartungswert μ um einen Betrag von mindestens c abweicht (P(|X-µ|>=c)<=p). Dieser Menüpunkt kann folgende Werte berechnen:

- p (Wahrscheinlichkeit) aus gegebenen Werten c (mindeste Abweichung) und Sigma (Standardabweichung) [1],
- c aus gegebenen Werten p und Sigma [2] sowie
- Sigma aus gegebenen p und c [3]

Dazu wird zunächst gefragt, welcher Wert der unbekannte ist, danach werden alle bekannten Werte abgefragt und anschließend die Werte p, c und Sigma ausgegeben.

Anmerkungen:

1) Dieser Menüpunkt ist mit Menüpunkt P(|X-µ|>c) (2-2-5) verwandt, jedoch: P gibt hier nicht die genaue Wahrscheinlichkeit dafür an, dass |X-µ|>=c auftritt, sondern lediglich mit Hilfe der Tschebyscheffschen *Abschätzung*, wie groß diese Wahrscheinlichkeit *höchstens* ist. Der Menüpunkt 2-2-5 dagegen gibt die *genaue* Wahrscheinlichkeit an (Siehe "4.2.5. P(|X-µ|>c) (Menüpunkt 2-2-4)").

2) Ähnlich wie beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, P steht dann in der Variablen P, C in R und Sigma in Q zur Verfügung.

4.3.2. P(|X-µ|<c)> (Menüpunkt 2-3-2)

Analog zu P(|X-µ|>=c)<= (Menüpunkt 2-3-1), jedoch gibt p hier die mindeste Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Zufallsvariable X vom Erwartungswert µ um einen Betrag von weniger als c abweicht.

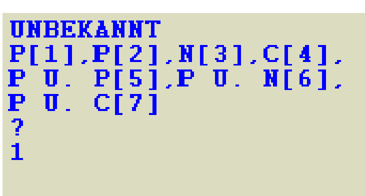
Siehe "4.3.1. P(|X-µ|>=c)<= (Menüpunkt 2-3-1)".

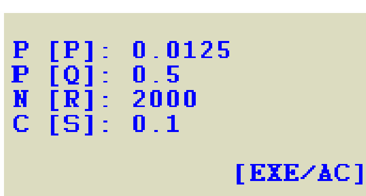
4.3.3. P(|relative Häufigkeit-p)>=c)<= (Menüpunkt 2-3-3)

Ermittelt mit Hilfe der Tschebyscheffschen Abschätzung die maximale Wahrscheinlichkeit P dafür, dass die relative Häufigkeit H von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit p um einen Betrag von mindestens c abweicht (P(|relative Häufigkeit-p)>=c)<=p). Dieser Menüpunkt kann folgende Werte berechnen:

- P (Wahrscheinlichkeit) aus gegebenen Werten p (tatsächliche Wahrscheinlichkeit), N (Anzahl Versuchsdurchführungen/statistische Befragungen) und c (mindeste Abweichung) [1]
- p aus gegebenen Werten P, N und c [2],
- N aus gegebenen p, P und c [3] und
- c aus gegebenen p, P und N [4] sowie
- P aus gegebenen N und c [5],
- N aus gegebenen P und c [6] sowie
- c aus gegebenen P und N [7]

Dazu wird zunächst gefragt, welche Werte die unbekannten sind (Achtung: klein p wird im Display als fettes **P** dargestellt):





danach werden alle bekannten Werte abgefragt und anschließend die Werte P, c und N sowie ggf. p ausgegeben.

Anmerkung Ähnlich wie beim Menü Pfadwahrscheinlichkeit (2-1-3) gilt hier: ein Druck auf [AC] beendet das Programm, P steht dann in der Variablen P, p in Q, N in R und c in S zur Verfügung.

4.3.4. P(|relative Häufigkeit-p)<c)> (Menüpunkt 2-3-4)

Analog zu P(|relative Häufigkeit-p)>=c)<= (Menüpunkt 2-3-3), jedoch gibt P hier die mindeste Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die relative Häufigkeit H von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit p um einen Betrag von weniger als c abweicht (P(|relative Häufigkeit-p)<c)>).

Siehe "4.3.3. P(|relative Häufigkeit-p)>=c)<= (Menüpunkt 2-3-3)".

4.4. Bedingte Wahrscheinlichkeit

Im Menüpunkt "Stochastik" -> "Bedingte Wahrscheinlichkeit" (2-4) können mit MathMatX sogar bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnet werden!

Bei bedingter Wahrscheinlichkeit geht MathMatX immer von dem Fall aus, dass zwei Ereignistypen A und B zweier Zufallsexperimente mit jeweils dem Ereignis "tritt auf" (A, B) und "tritt nicht auf" (Not A, Not B) existieren, die sowohl in Abhängigkeit voneinander als auch voneinander unabhängig angegeben werden können.

A ist von B abhängig, wenn vor der Durchführung von A B bereits ausgeführt wurde (und somit das Ergebnis von A vom B - Ergebnis ggf. beeinflusst worden ist), und B von A, wenn A vor B ausgeführt wurde. Somit existieren in MathMatX 2*2*2=8 bedingte Wahrscheinlichkeiten:

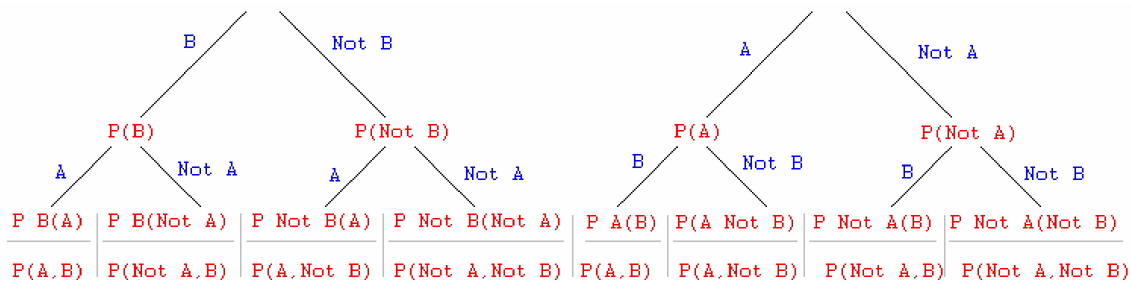
MathMatX Schreibweise	Erklärung: Wahrscheinlichkeit, dass
P B(A)	A auftritt, wenn B bereits aufgetreten ist
P B(Not A)	A nicht auftritt, wenn B bereits aufgetreten ist
P A(B)	B auftritt, wenn A bereits aufgetreten ist
P A(Not B)	B nicht auftritt, wenn A bereits aufgetreten ist
P Not B(A)	A auftritt, wenn B bereits nicht aufgetreten ist
P Not B(Not A)	A nicht auftritt, wenn B bereits nicht aufgetreten ist
P Not A(B)	B auftritt, wenn A bereits nicht aufgetreten ist
P Not A(Not B)	B nicht auftritt, wenn A bereits nicht aufgetreten ist

Des weiteren existeren 8 unbedingte Wahrscheinlichkeiten:

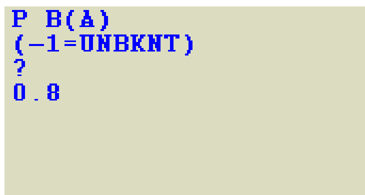
MathMatX Schreibweise	Erklärung: Wahrscheinlichkeit, dass
P (A)	A auftritt, wenn B (noch) nicht durchgeführt wurde
P (Not A)	A nicht auftritt, wenn B (noch) nicht durchgeführt wurde
P (B)	B auftritt, wenn A (noch) nicht durchgeführt wurde
P (Not B)	B nicht auftritt, wenn A (noch) nicht durchgeführt wurde
P (A,B)	Sowohl A als auch B auftreten [1)]
P (A,Not B)	A, aber nicht B auftritt [1)]
P (Not A,B)	B, Aber nicht A auftritt [1)]
P (Not A, Not B)	Weder A noch B auftreten [1)]

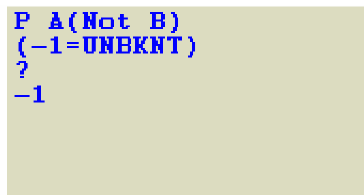
1) Die Reihenfolge der Durchführung (AB oder BA) spielt hierbei keine Rolle

Folgende Ereignisbäume veranschaulichen diese 16 Wahrscheinlichkeiten:

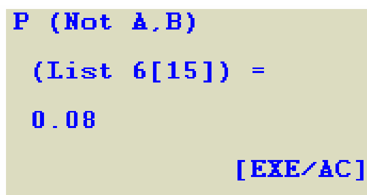


Nach Aufruf des Menüpunktes "Bedingte Wahrscheinlichkeit" (2-4) werden durch MathMatX zunächst alle 16 Wahrscheinlichkeiten abgefragt, bei unbekannten Wahrscheinlichkeiten wird einfach "-1" eingegeben. Hier braucht dabei *nichts* berechnet (z.B. die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis einer gegebenen Ereigniswahrscheinlichkeit), sondern wirklich nur die tatsächlich gegebenen Werte angegeben zu werden, da MathMatX alle Wahrscheinlichkeiten aus den gegebenen Werten selbst berechnet.





Das Programm speichert die 16 Wahrscheinlichkeiten in Liste 6, die auch nach Programmende noch erhalten bleibt (aber durch einen erneuten Aufruf des Menüpunktes 2-4, "Bedingte Wahrscheinlichkeit", wieder überschrieben wird), und gibt sie auf dem Display aus:



Anmerkung: sind zuwenig Werte gegeben, um alle 16 Wahrscheinlichkeiten daraus zu berechnen, berechnet MathMatX die Wahrscheinlichkeiten so weit wie möglich und gibt den Rest auf dem Display als "unbekannt" bzw. als "-1" in Liste 6 aus.

Zur Veranschaulichung soll folgendes Beispiel angenommen werden:

An einer Universität, an der Kunst und Mathe gelehrt werden, sind 80% der Kunststudenten Frauen, während der Anteil der Männer unter den Studenten insgesamt 53% beträgt und die Mathestudienplätze 60% der Gesamtstudienplätze in Anspruch nehmen.

Wie viel Prozent Mathestudenten sind Frauen?

Um diese Aufgabe mit MathMatX zu lösen wird zunächst festgelegt:

Ereignis A: Student ist eine Frau
Ereignis Not A: Student ist ein Mann
Ereignis B: Studienfach ist Kunst
Ereignis Not B: Studienfach ist Mathe

Laut Aufgabenstellung sind nun folgende Wahrscheinlichkeiten gegeben:

P B(A) = 0.8 (Wahrscheinlichkeit, dass ein Student eine Frau ist, wenn bekannt ist, dass das Studienfach Kunst ist)
P (Not A) = 0.53 (Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Student ein Mann ist)
P (Not B) = 0.6 (Wahrscheinlichkeit, dass ein beliebiger Student Mathe studiert)

Gefragt ist nach P Not B(A), der Wahrscheinlichkeit, dass ein Mathestudent eine Frau ist.
Nach Aufruf des Menüpunktes 2-4, "Bedeingte Wahrscheinlichkeit", werden für P B(A), P (Nat A) und P (Not B) die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten angegeben, der Rest wird -1 gesetzt. MathMatX liefert die folgenden Ergebnisse:

Index in Liste 6	MathMatX Schreibweise	Wahrscheinlichkeit	Erklärung: Wahrscheinlichkeit, dass
1	P (A)	0.47	Student eine Frau ist
2	P (Not A)	0.53	Student ein Mann ist
3	P (B)	0.4	Student Kunst studiert
4	P (Not B)	0.6	Student Mathe studiert
5	P B(A)	0.8	Kunststudent eine Frau ist
6	P B(Not A)	0.2	Kunststudent ein Mann ist
7	P A(B)	0.68085	Frau eine Kunststudentin ist
8	P A(Not B)	0.31915	Frau eine Mathestudentin ist
9	P Not B(A)	0.25	Mathestudent eine Frau ist
10	P Not B(Not A)	0.75	Mathestudent ein Mann ist
11	P Not A(B)	0.15094	Mann ein Kunststudent ist
12	P Not A(Not B)	0.84906	Mann ein Mathestudent ist
13	P (A,B)	0.32	Student Frau ist, die Kunst studiert
14	P (A,Not B)	0.15	Student Frau ist, die Mathe studiert
15	P (Not A,B)	0.08	Student Mann ist, der Kunst studiert
16	P (Not A,Not B)	0.45	Student Mann ist, der Mathe studiert

Die Antwort auf die Frage lautet also: 25%.

5. Primzahlbasierte Funktionen

Alle Menüpunkte unter "Primzahlbasierte Funktionen" (3) greifen auf die gleiche Unterfunktion zurück, die bestimmt, ob eine Zahl n eine Primzahl ist, oder ob n durch x mit $1<x<n$ teilbar ist.

Bei dieser Unterfunktion (und daher bei allen primzahlbasierten Funktionen) ist zu beachten:

1) Die Teilbarkeit von n durch x kann nur dann genau geprüft werden, wenn n auf alle Stellen genau bekannt ist. Der Taschenrechner speichert dabei Zahlen intern nur mit 11 Stellen genau (auch dann, wenn eine Zahl mit mehr als 11 Stellen genau eingegeben wird), d.h., Zahlen $n >= 10^{11}$ können nicht korrekt auf ihre Teilbarkeit überprüft werden. Anzumerken ist hierbei, dass der Rechner die 11. Stelle zwar nicht *ausgiebt* (eine Zahl erscheint auf dem Display auf maximal 10 Ziffern genau), aber sie dennoch *existiert* (der Rechner benutzt sie zum Runden der 10. Stelle). Zahlen im Bereich $10^{10} <= n < 10^{11}$ können daher korrekt auf Teilbarkeit überprüft werden, obwohl die 11. Ziffer auf dem Display nicht erscheint.

2) Die z.T. erhebliche Rechenzeit: ist x mit $1<x<n$ der kleinste Teiler von n, so wird die benötigte Rechenzeit zur Bestimmung von x mit steigenden x immer größer, sie beträgt rund $0.01s*\sqrt{x}$ (für Casio CFX 9850G/GB; auf anderen Rechnern kann der Algorithmus schneller oder langsamer sein). Ist n eine Primzahl, so beträgt die Rechenzeit zur Bestätigung dafür, dass n eine Primzahl ist, folglich $0.01s*\sqrt{n}$.

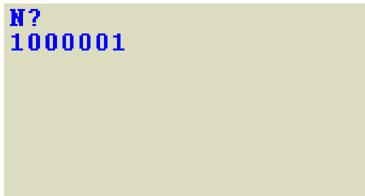
Das ist für den Rechner relativ schnell und für Primzahlen/Primfaktoren mit bis zu 6 Stellen lässt sich damit auch sehr gut bzw. für Primzahlen/Primfaktoren mit 7 oder 8 Stellen immer noch gut arbeiten, ab 9 oder mehr Stellen entstehen aber Wartezeiten von mehreren Minuten (*Anmerkung:* das bedeutet nicht, dass eine Zahl mit mehr als 8 Stellen zwangsläufig mehrere Minuten Rechenzeit in Anspruch nimmt; das tut sie nur dann, wenn ihr kleinster Primfaktor mehr als 8 Stellen aufweist).

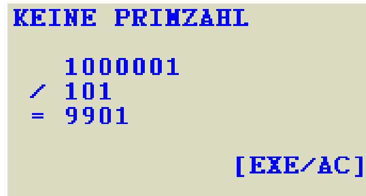
Es ergeben sich folgende Rechenzeiten zur Bestimmung von Primzahlen und Primfaktoren:

Stellen	Primzahl im Wertebereich	Rechenzeit in s
2	10..99	0.03 .. 0.10
3	100..999	0.10 .. 0.32
4	1000..9999	0.32 .. 1.00
5	10000..99999	1.00 .. 3.16
6	100000..999999	3.16 .. 10.00
7	1000000..9999999	10.00 .. 31.62
8	10000000..99999999	31.62 .. 100.00
9	100000000..99999999	100.00 .. 316.23
10	1000000000..999999999	316.23 .. 1000.00
11	10000000000..9999999999	1000.00 .. 3162.28

5.1. Primzahltest (Menüpunkt 3-1)

Fragt eine Zahl N ab und überprüft sie auf Teilbarkeit:

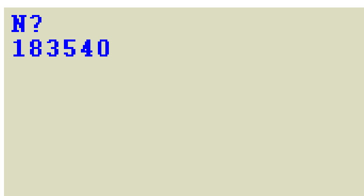


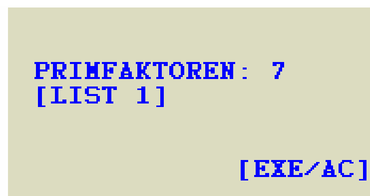


Ist N keine Primzahl, gibt der Menüpunkt die kleinste Zahl X an, durch die N Teilbar ist, sowie das Ergebnis der Division N/X, ansonsten wird die Meldung "Primzahl" ausgegeben.

5.2. Primfaktorenzerlegung (Menüpunkt 3-2)

Fragt eine Zahl N ab und zerlegt sie in Primfaktoren:



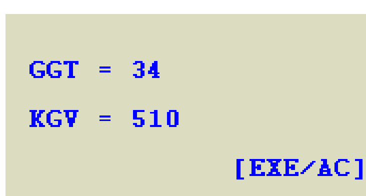


Die Primfaktoren werden in Liste 1 gespeichert, die auch nach Beenden des Programms erhalten bleibt, aber durch einen erneuten Aufruf dieses Menüpunktes wieder überschrieben wird.
Im angegebenen Beispiel enthält Liste 1 die Werte {2;2;3;5;7;19;23}

Anmerkung: Liste 1 wird dabei immer auf eine Größe von 128 Elementen gesetzt, da vor Ausführung der Primfaktorenzerlegung die Anzahl der Primfaktoren nicht bekannt ist und während der Zerlegung die Änderung der Listengröße Rechenzeit kosten würde. Die nicht benötigten Listenelemente werden "1" gesetzt.

5.3. KGV und GGT bestimmen (Menüpunkt 3-3)

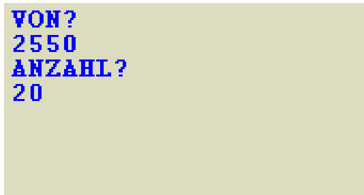
Fragt zwei Zahlen N1 (im Beispiel 102) und N2 (im Beispiel 170) ab und bestimmt deren kleinstes gemeinsames Vielfaches (KGV) sowie deren größten gemeinsamen Teiler (GGT):

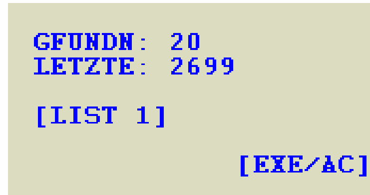


Anmerkung: Diese Funktion überschreibt die Listendateien 1 und 2.

5.4. Primzahlen berechnen (Menüpunkt 3-4)

Dieser Menüpunkt berechnet eine Menge aufeinanderfolgender Primzahlen von einer gegebenen Zahl an:





,

dazu werden zunächst die Startzahl sowie die Anzahl der zu berechnenden Primzahlen abgefragt. Während der Berechnung informiert MathMatX über den Prozessstatus (Anzahl bereits gefundener Primzahlen, und welches die letzte gefundene Primzahl ist), und speichert die bereits gefundenen Primzahlen in Liste 1 (im in den Screenshots angegebenen Beispiel enthält sie die Werte {2551; 2557; 2579; 2591; 2593; ...; 2693; 2699}).

6. Polynomdivision

Mittels des MathMatX Menüpunktes "Polynome" (4) können Polynomdivisionen der Form

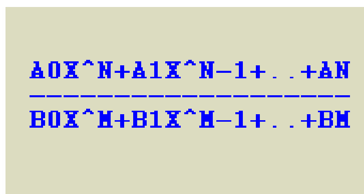
$$\frac{A_0*X^n + A_1*X^{n-1} + \ldots + A_{n-1}*X + A_n}{B_0*X^m + B_1*X^{m-1} + \ldots + B_{m-1}*X + B_m}$$

mit n als höchstem Dividendengrad und m als höchstem Divisorgrad durchgeführt werden. Zur Veranschaulichung nachfolgender Erklärungen soll dabei folgende Beispielaufgabe verwendet werden:

Ermittle den Quotienten der Polynomdivision

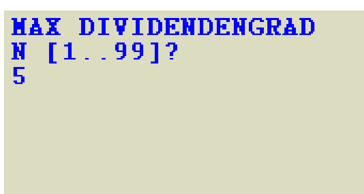
$$\frac{14x^5 + 18x^4 + 4x^3 + 27x^2 + 15x - 36}{2x^3 + 4x^2 - 3}$$

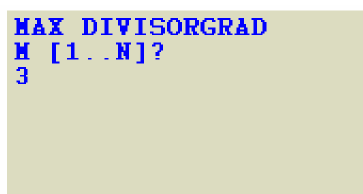
Nach Aufruf des Menüpunktes "Polynome" (4) erscheint zunächst der Startbildschirm



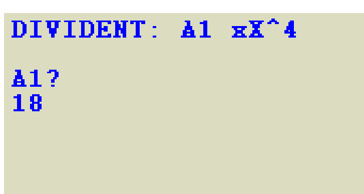
,

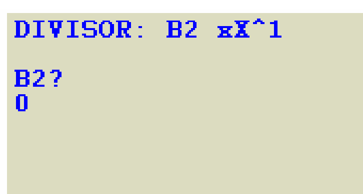
der eine kurze Erklärung über die Parameterbezeichner liefert: N ist die höchste Potenz der Variablen X im Dividenden, M die höchste im Divisor. A0 bis AN sind die Koeffizienten der Variablengrade N bis 0 des Dividenden ($A_0*X^n + \ldots + A_n*X^0$), und B0 bis BN die Koeffizienten der Variablengrade M bis 0 des Divisors ($B_0*X^m + \ldots + B_m*X^0$).
Nach dem Drücken von [EXE] werden nun N und M





sowie A0 bis AN für den Dividenden und B0 bis BN für den Divisor abgefragt (Koeffizienten nicht vorhandener Grade werden einfach "0" gesetzt).

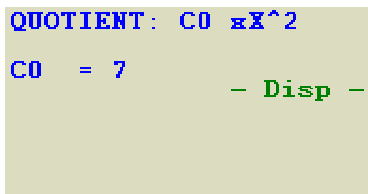


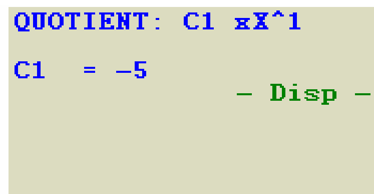


Für das oben angegebene Beispiel müssten die Eingaben z.B. wie folgt lauten:

Parameter	Wert	Parameter	Wert
N	5	B0	2
M	3	B1	4
A0	14	B2	0
A1	18	B3	-3
A2	4		
A3	27		
A4	15		
A5	-36		

MathMatX Berechnet nun den Quotienten $C_0*X^{n-m} + \ldots + C_{n-m}*X^0$ der Division sowie den Divisionsrest $D_0*X^{n-m} + \ldots + D_{n-m}*X^0$ (falls vorhanden) und gibt die entsprechenden von 0 verschiedenen Koeffizienten auf dem Bildschirm aus (Anmerkung: Koeffizenten "0" werden nicht auf dem Bildschirm ausgegeben, da die entsprechenden Quotienten - und Restgrade entfallen).





Im Angegebenen Beispiel würden die Ausgaben z.B. wie folgt lauten:

Grad	Parameter	Wert
2	C0	7
1	C1	-5
0	C2	12

, das Ergebnis der Beispieldivision ist also $7X^2 - 5X + 12$ Rest 0.